Chapitre théorie des graphes orientés

**L’outil**

**Défintion :**

On appelle graphe orienté la donnée d’un ensemble X de sommets, X = {S1, S2, …, SN}

Et d’un ensemble E d’arcs représentés par des couples de la forme (Si, Sj).

Dans le couple (Si, Sj), Si est l’origine de l’arc et Sj est l’extrême de l’arc.

Exemple et représentation :

X = {A,B,C,D}

E = {(A,A) ; (A,B) ; (C,D) ; (D,C)}

*(scanner doc théorie des graphes)*

On peut utiliser par eemple cet outil pour modéliser un site web.

A,B,C,D représentant des pages web et les arcs quelles pages doivent etre accessible depuis d’autres pages.

**Notation et définition.**

* (**si,sj) se** note encore s**i**->- s**j**

S**j** est dit un succeseur de s**i**

S**j**  est dit un prédécesseur de **Sj**

* (**si,si)** s’appelle une boucle
  + S1 ->- s2 ->- s3->- S8  s’appelle un chemin
  + S1 s’appelle l’origine du chemin et S8 est l’extrémité du chemin
  + Un chemin qui a la même origine et la même extrémité s’appelle un circuit.
  + S1 ->- S2 ->- S17 ->- S2 ->- S1 Est un circuit
  + Un circuit qui n’a que des sommets 2 à 2 différents sauf l’origine et l’extremité qui sont identiques s’appelle un cycle :
  + Exemple feuille cycle. :
    - A->-B->-C->-D->-E->-C->-A est un circuit mais pas un cycle
    - A->-B->-C->- A est un cycle.
* ON appelle longueur d’un chemin le nombre d’arcs de ce chemin on parle aussi du nombre de pas de ce chemin
* A->-B->-C est un chemin de longueur 2 ou 2 pas.

on dit que les arcs A->-B et C->-B sont incidents en B

A

C

B

* on dit que les arcs A->B et B->- C sont adjacents en B

A B C

* on dit que les arcs B->-A et B->-C sont émergents en B

B

A

C

VOIR FEUILLE SUITE

**Matrice d’adjacence :**

Soit G un graphe, sa matrice d’adjacence que l’on notera M est une matrice carrée N\*N où N est le nombre de sommets du graphe(encore appelé ordre du graphe). M est une matrice booléenne (qui n’a que des 1 et 0) constituée de la façon suivante : (voir shéma)

Matrice d’un graphe complet :

J =( )

et donc le nombre d’arcs soit la somme de tous les 1 de la matrice d’arc nombre arcs = N²

Dans notre exemple : le nombre d’arcs d’origine A est la somme des 1 de la première ligne, etc

Le nombre d’arcs total est la somme des 1 de toute la matrice

Le nombre d’arcs d’extremité B est la somme des 1 et la deuxième colonne etc…

Le nombre de boucle est la somme des 1 de la diago principale.

Itérons la matrice d’adjacence :

-calculons A², A3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

A² A3

2 = D chemins d’origine D et d’extremite A

3 = nombre de pas ou longueur du chemin : 3

Descriptions : Il y a 2 chemins de longueur 3 d’origine D et d’extremité A qui sont : D->- A->-D->-A

D->-A->-A->-A

Exo matrice d’adjacence :